

### Apsolutne mjere disperzije

Pošto je varijansa iskazana u mjernim jedinicama na kvadrat, uzima se njen pozitivan kvadratni korjen i dobija najčešće korišćena apsolutna mjera disperzije – **standardna devijacija**.

1

### Apsolutne mjere disperzije

Standardna devijacija za negrupisane podatke dobija se kao:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^k x_i^2 - \bar{x}^2}$$

2

### Apsolutne mjere disperzije

Standardna devijacija za grupisane podatke izračunava se kao:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^k f_i x_i^2 - \bar{x}^2}$$

3

### Apsolutne mjere disperzije

Varijansa uzorka predstavlja porosjek sume kvadrata odstupanja vrijednosti od aritmetičke sredine uzorka. Za grupisane podatke izračunava se kao:

$$s^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

4

### Apsolutne mjere disperzije

Standardna devijacija uzorka izračunava se kao pozitivan kvadratni korjen iz varijanse uzorka:

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}}$$

5

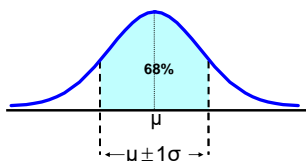
### Deskriptivne mjere - notacija

- Uzorak i populacija – notacija

	Uzorak	Populacija
Aritmetička sredina	$\bar{X}$	$\mu$
Varijansa	$s^2$	$\sigma^2$
Standardna devijacija	$s$	$\sigma$

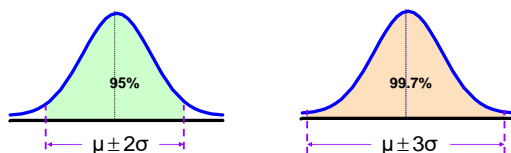
## Empirijsko pravilo (pravilo 3 $\sigma$ )

- Ako podaci imaju distribuciju u obliku zvona, onda interval:
- $\mu \pm 1\sigma$  sadrži oko 68% vrijednosti obilježja u populaciji ili u uzorku



## Empirijsko pravilo (pravilo 3 $\sigma$ )

- $\mu \pm 2\sigma$  sadrži oko 95% vrijednosti obilježja u populaciji ili u uzorku
- $\mu \pm 3\sigma$  sadrži oko 99.7% vrijednosti obilježja u populaciji ili u uzorku



## Relativne mjere disperzije

U relativne mjere disperzije ubrajaju se :

- koeficijent varijacije,
- koeficijenti interkvartilne varijacije,
- standardizovan ili normalizovano odstupanje.

## Relativne mjere disperzije

Odnos standardne devijacije i aritmetičke sredine naziva se koeficijentom varijacije.

$$V = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\bar{X}} \cdot 100\%$$

## Koeficijent varijacije

- Mjeri relativne varijacije
- Uvijek se iskazuje u procentima (%)
- Pokazuje varijacije relativno u odnosu na aritmetičku sredinu
- Može se koristiti za upoređivanje varijacija u dva ili više skupova podataka mjerenih različitim jedinicama mjere:

$$CV = \left( \frac{S}{\bar{X}} \right) \cdot 100$$

## Relativne mjere disperzije

Što je koeficijent varijacije veći, odstupanje je veće. Za serije čiji su svi članovi jednaki, koeficijent varijacije biće jednak 0.

Pošto je ovaj koeficijent relativna mjera, koristi se za poređenje raspršenosti serija čije mjerne jedinice nijesu iste.

### Relativne mjere disperzije

Za upoređivanje disperzije više skupova ili uzoraka upotrebljava se i **koeficijent interkvartilne varijacije**, čiji obrazac glasi:

$$V_Q = \frac{Q_1 - Q_3}{Q_1 + Q_3}$$

### Relativne mjere disperzije

Ovaj koeficijent može imati vrijednost od 0 do 1, odnosno od 0 do 100 % ako je iskazan u procentima.

Ukoliko se približava nuli disperzija je relativno manja a ukoliko se približava jedinici disperzija je relativno veća.

### Relativne mjere disperzije

Kad se odstupanje aritmetičke sredine od bilo koje vrijednosti obilježja izražava u jedinicama standardne devijacije dobija se tzv. **normalizovano ili standardizovano dostupanje**.

$$Z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma}$$

### Relativne mjere disperzije

Standardizovano odstupanje predstavlja opštu mjeru odstupanja individualnih podataka od aritmetičke sredine.

### Uzorak i statistike uzorka

Potpune informacije o karakteristikama osnovnog skupa daje samo statistički popis.

Popis se ne može sprovesti kada je osnovni skup neograničen (beskonačan), a njegovo izvršenje je besmisleno kada prikupljanje podataka znači uništenje svih jedinica skupa.

Zbog toga se popis zamjenjuje jednim drugim metodom za ispitivanje osnovnog skupa – metodom uzorka.

### Uzorak i statistike uzorka

Uzorak je dio osnovnog skupa, a svrha njegovog izbora je da se u što kraćem vremenu i sa što manjim troškovima dobije valjana informacija o karakteristikama cijelog skupa iz kojeg uzorak potiče.

### Uzorak i statistike uzorka

Izbor uzorka

Uzorak mora biti reprezentativan da bi zaključci o karakteristikama osnovnog skupa bili realni.

**Uzorak je reprezentativan ako je po svojoj strukturi sličan osnovnom skupu.**

### Uzorak i statistike uzorka

Postoji više metoda za izbor uzorka iz osnovnog skupa:

1. Prema načinu izbora, uzorke dijelimo na dvije osnovne grupe:

- Slučajne (probabilističke) uzorke.
- Namjerne (neprobabilističke) uzorke.

### Uzorak i statistike uzorka

Ako prilikom izbora elemenata u uzorak svi elementi osnovnog skupa imaju unaprijed poznatu vjerovatnoću da budu izabrani, i ako je ta vjerovatnoća različita od 0, takav uzorak nazivamo **slučajnim**.

Svi ostali metodi izbora uzorka su poznati kao neslučajni, a tako izabrani uzorci kao **namjerni**.

### Uzorak i statistike uzorka

Namjerni uzorak formira se od jedinica skupa koje biramo po ličnom uvjerenju kao tipične ili reprezentativne za dati osnovni skup.

U namjerne uzorke spadaju uzorci formirani na osnovu:

- **Subjektivnog suda istraživača**
- **Kvota uzorci**
- **Pogodni uzorci**

### Uzorak i statistike uzorka

Ako istraživač po svom nahođenju bira svaku jedinicu uzorka, vjerujući da je takav uzorak reprezentativan za cijeli osnovni skup, on formira tzv. **uzorak zasnovan na subjektivnom sudu**.

### Uzorak i statistike uzorka

Pogodni uzorci formiraju se od jedinica skupa čiji je izbor pogodan. Često se koriste u ispitivanju javnog mnjenja, ali su rijetko reprezentativni.

## Uzorak i statistike uzorka

Principi teorije uzoraka se ne mogu primjenjivati na namjerne uzorke. Namjerni uzorak je prikladan za takozvana pilot istraživanja.

## Uzorak i statistike uzorka

Predmet statističkog izučavanja su uglavnom **slučajni uzorci** jer samo za njih postoje statistički metodi čijom primjenom donosimo zaključak o osnovnom skupu i istovremeno objektivno ocjenjujemo prihvatljivost našeg zaključka.

Među slučajnim uzorcima najreprezentativniji je **prost slučajan uzorak**.

## Razlozi za korišćenje uzoraka

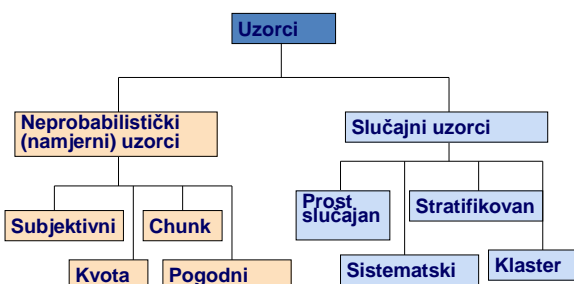
- Potrebno kraće vrijeme nego za popis
- Potrebno manje troškova nego za popis
- Manje komplikovano i lakše za sprovođenje nego popis

## Tipovi uzoraka

- Ne-slučajni ili namjerni uzorak
  - Elementi su odabrani ne uzimajući u obzir vjerovatnoću njihovog pojavljivanja. Izbor elemenata u uzorak se vrši na osnovu suda istraživača
- Slučajni uzorak
  - Elementi uzorka su odabrani na osnovu unaprijed poznatih vjerovatnoća

## Tipovi uzoraka

(nastavak)



## Slučajni uzorak

– Elementi uzorka su odabrani na osnovu unaprijed poznatih vjerovatnoća



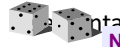
## Prost slučajni uzorak

- Svaki pojedinačni uzorak od  $n$  elemenata iz osnovnog skupa ima jednaku šansu da bude odabran
- Odabiranje može biti **sa ponavljanjem** ili **bez ponavljanja**
- Uzorci dobijeni pomoću tablice slučajnih brojeva ili pomoću kompjuterskog generatora slučajnih brojeva



## Sistematski uzorak

- Odluka o veličini uzorka:  $n$
- Populaciju veličine  $N$  podijeliti u grupe od  $k$  elemenata:  $k=N/n$
- Slučajno odabrati element iz 1<sup>ve</sup> grupe
- Odabrati svaki  $k^{\text{ti}}$  element nakon 1<sup>vog</sup>



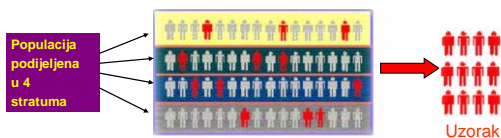
$N = 64$   
 $n = 8$   
 $k = 8$

Prva grupa



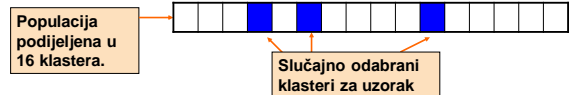
## Stratifikovani uzorak

- Podijeliti populaciju u dvije ili više podgrupa (*stratum*) prema nekoj zajedničkoj karakteristici
- Iz svakog stratuma odabere se prost slučajni uzorak, pri čemu je njihova veličina proporcionalna veličini stratuma
- Uzorci iz podgrupa kombinuju se u jedan uzorak



## Klaster uzorak

- Populacija se podijeli u nekoliko "klastera", od kojih svaki reprezentuje populaciju
- Selektuje se prost slučajni uzorak klastera
  - Svi elementi u odabranim klasterima mogu se koristiti, ili se elementi mogu birati iz klastera koristeći neku drugu tehniku slučajnog izbora



## Prednosti i nedostaci

- Prost slučajni uzorak i sistematski uzorak
  - Jednostavni
  - Mogu da ne budu reprezentativni
- Stratifikovani uzorak
  - Osigurava reprezentativnost
- Klaster uzorak
  - Mali troškovi
  - Manje efikasan (potreban veći uzorak za postizanje istog nivoa preciznosti)